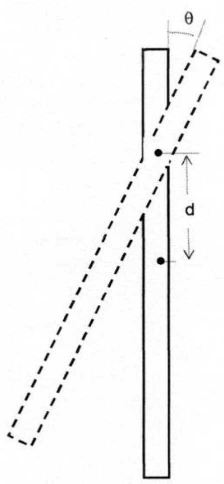
UFF – INSTITUTO DE FÍSICA
FÍSICA I – GFI 00150 e GFI 00158
Prof. Cary Cassiano
Prof. Nuno Crokidakis
3ª VE – 06/12/2011

Nome: GABARITO

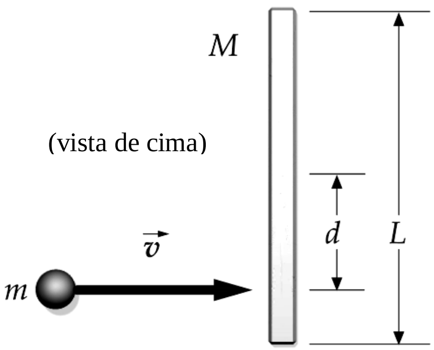
1. (2,5p) Uma mulher de 60,0 kg está em pé na borda oeste de uma plataforma giratória horizontal que tem momento de inércia de 500 kg.m² e um raio de 2,00 m. A plataforma está inicialmente em repouso e livre para girar sem atrito em torno de um eixo vertical por seu centro. A mulher, então, começa a andar em torno da borda no sentido horário (vista aérea do sistema) a uma velocidade escalar constante de 1,50 m/s em relação à Terra. Considere o sistema mulher-plataforma quando o movimento começa.
   a) Em que direção e com que velocidade angular a plataforma gira?
   b) Quanta energia química o corpo da mulher converte em energia mecânica do sistema mulher-plataforma quando coloca a si mesma e a plataforma em movimento?

2. (2,5p) Um pêndulo é formado ao articular-se uma barra longa e fina, de comprimento *l* e massa *m*, em torno de um ponto que está à distância *d* acima do centro da barra.
   a) Determine o período das oscilações de pequena amplitude desse pêndulo, em termos de *d*, *l*, *m* e *g*.
   b) Mostre que o período tem um valor mínimo quando $d = 0{,}289l$.

   $$I_{CM_{barra}} = \frac{ml^2}{12}$$

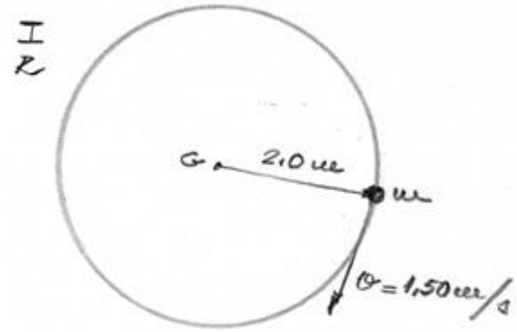


3. (2,5p) A figura mostra uma barra fina e uniforme, de comprimento L e massa M, e uma bolinha de massa de modelar m. O sistema está sobre uma superfície horizontal sem atrito. A bolinha se move para a direita com a velocidade $\vec{v}$, atinge a barra a uma distância d de seu centro e lá fica grudada. Obtenha expressões para a velocidade do centro de massa e para a velocidade angular do sistema após a colisão.



4. (2,5p) O raio da Terra vale 6.370 km e o raio da Lua vale 1.378 km. A aceleração da gravidade na superfície da Lua é de 1,62 m/s². Qual é a razão entre a massa específica média da Lua e a da Terra?
   Dados: $V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3$
   $g_{Terra} = 9{,}81$ m/s²

1 (2,5 p)



$I = 500\ kg \cdot m^2$
$m = 60\ kg$
$R = 2{,}0\ m$
$v = 1{,}5\ m/s$

a) Conservação do momento angular:

$L_i = L_f \qquad L_i = 0$

$L_f = \underbrace{I\omega}_{\text{plataforma}} + \underbrace{Rmv}_{\text{mulher}}$

$0 = I\omega + Rmv$

$$\omega = -\frac{Rmv}{I}$$

$$\omega = -\frac{2 \times 60 \times 1{,}5}{500} \qquad \omega = -0{,}36\ rad/s$$

$$\boxed{\omega = 0{,}36\ rad/s \text{ — sentido anti-horário}}$$

b) $E_m = K + U$

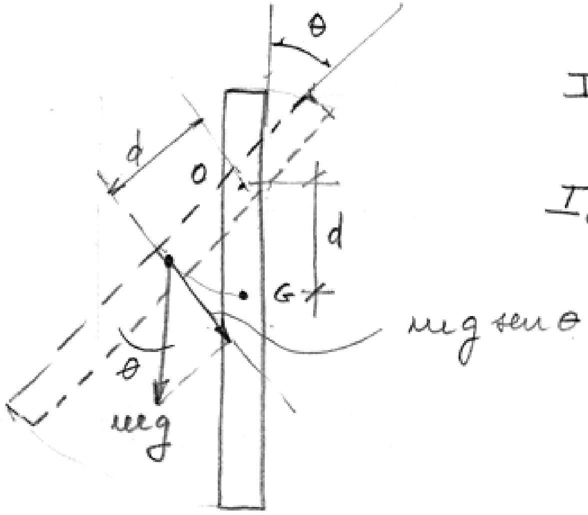
$U = 0$

$$K = \underbrace{\frac{1}{2} I \omega^2}_{\text{plataforma}} + \underbrace{\frac{1}{2} m v^2}_{\text{mulher}}$$

$$K = \frac{1}{2} \times 500 \times 0{,}36^2 + \frac{1}{2} \times 60 \times 1{,}5^2 = 99{,}9\ J$$

$$\boxed{E_m = 99{,}9\ J}$$

2 (2,5p)



$$I_G = \frac{m\ell^2}{12}$$

$$I_O = \frac{m\ell^2}{12} + md^2$$

a) TORQUE RESTAURADOR:

$$\tau_0 = -mg \operatorname{sen}\theta \, d$$

$$\tau_0 = I_0 \alpha = I_0 \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$-mg \operatorname{sen}\theta \, d = I_0 \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mg}{I_0} d \operatorname{sen}\theta = 0$$

P/ PEQUENAS OSCILAÇÕES: $\operatorname{sen}\theta \simeq \theta$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mg}{I_0} d\,\theta = 0$$

$$\omega^2 = \frac{mg}{I_0} = \frac{\cancel{m}gd}{\frac{\cancel{m}\ell^2}{12} + \cancel{m}d^2} = \frac{12gd}{\ell^2 + 12d^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{12gd}{\ell^2+12d^2}} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell^2+12d^2}{12gd}}}$$

b) T_{min}

$$T = f(d) \qquad T = 2\pi\left(\frac{\ell^2+12d^2}{12gd}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$T = 2\pi\left[(\ell^2+12d^2)^{1/2} \cdot (12gd)^{-\frac{1}{2}}\right]$$

$$\frac{dT}{dd} = 0$$

$$\frac{dT}{dd} = 2\pi\left[\frac{1}{2}(\ell^2+12d^2)^{-\frac{1}{2}} \times 24d\,(12gd)^{-\frac{1}{2}} - (\ell^2+12d^2)^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{2}(12gd)^{-\frac{3}{2}} \cdot 12g\right]$$

$$\frac{dT}{dd} = \frac{2\pi}{2}\left[\frac{24d}{\left[(\ell^2+12d^2)\times 12gd\right]^{1/2}} - \frac{(\ell^2+12d^2)^{1/2} \times 12g}{(12gd)\cdot(12gd)^{1/2}}\right]$$

$$\frac{dT}{dd} = \pi\,\frac{12g\left[24d^2 - (\ell^2+12d^2)\right]}{(12gd)^{3/2}(\ell^2+12d^2)^{1/2}}$$

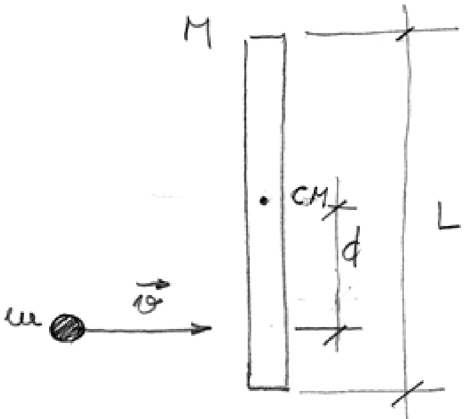
$$\frac{dT}{dd} = 0 \longrightarrow 24d^2 - (\ell^2+12d^2) = 0$$

$$12d^2 = \ell^2$$

$$d^2 = \frac{\ell^2}{12} \qquad d = \frac{\ell}{\sqrt{12}}$$

$$\boxed{d = 0{,}289\,\ell}$$

3 (2,5 p)



1) Conservação do momento linear

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

$$m\vec{v} = (M+m)\vec{v}_{CM}$$

$$\boxed{\vec{v}_{CM} = \frac{m}{M+m}\vec{v}}$$

2) Conservação do momento angular

$$\left(\vec{L}_i\right)_{CM} = \left(\vec{L}_f\right)_{CM} \qquad m << M$$

$$d\,m\,v = I_{CM}\,\omega$$

$$I_{CM} = \left(I_{barra}\right)_{CM} + \left(I_m\right)_{CM} = \frac{ML^2}{12} + m d^2$$

$$d\,m\,v = \left(\frac{ML^2}{12} + m d^2\right)\omega$$

$$\boxed{\omega = \frac{12\,m\,d}{ML^2 + 12\,m\,d^2}\,v}$$

4 (2,5 p)

$$g_{TERRA} = \frac{G M_T}{R_T^2} \qquad M_T = g_T R_T^2 \times \frac{1}{G}$$

$$g_L = G \frac{M_L}{R_L^2} \qquad M_L = g_L R_L^2 \times \frac{1}{G}$$

$$\mu_T = \frac{M_T}{V_T} = \frac{g_T \cancel{R_T^2} \times \frac{1}{G}}{\frac{4}{3}\pi R_T^{\cancel{3}}} = \frac{g_T}{\frac{4}{3}\pi R_T G}$$

$$\mu_L = \frac{M_L}{V_L} = \frac{g_L \cancel{R_L^2} \times \frac{1}{G}}{\frac{4}{3}\pi R_L^{\cancel{3}}} = \frac{g_L}{\frac{4}{3}\pi R_L G}$$

$$\frac{\mu_L}{\mu_T} = \frac{\frac{g_L}{\cancel{\frac{4}{3}\pi} R_L \cancel{G}}}{\frac{g_T}{\cancel{\frac{4}{3}\pi} R_T \cancel{G}}} = \frac{\frac{g_L}{R_L}}{\frac{g_T}{R_T}}$$

$$\frac{\mu_L}{\mu_T} = \frac{g_L \; R_T}{g_T \; R_L}$$

$$\frac{\mu_L}{\mu_T} = \frac{1{,}62 \times 6\,370 \times 10^3}{9{,}81 \times 1\,378 \times 10^3}$$

$$\boxed{\frac{\mu_L}{\mu_T} = 0{,}76}$$