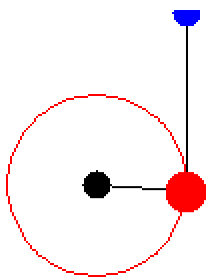
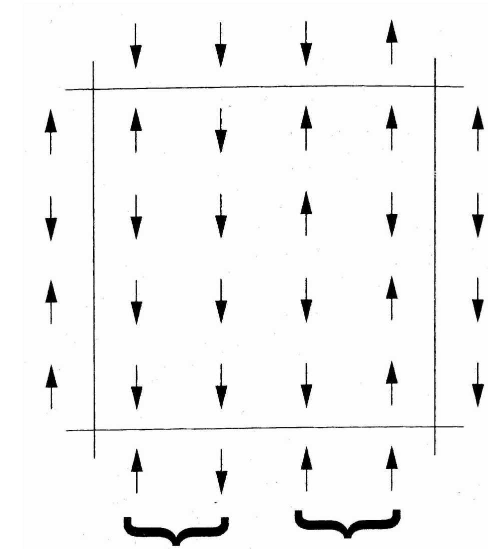
Instituto de Física
Universidade Federal Fluminense

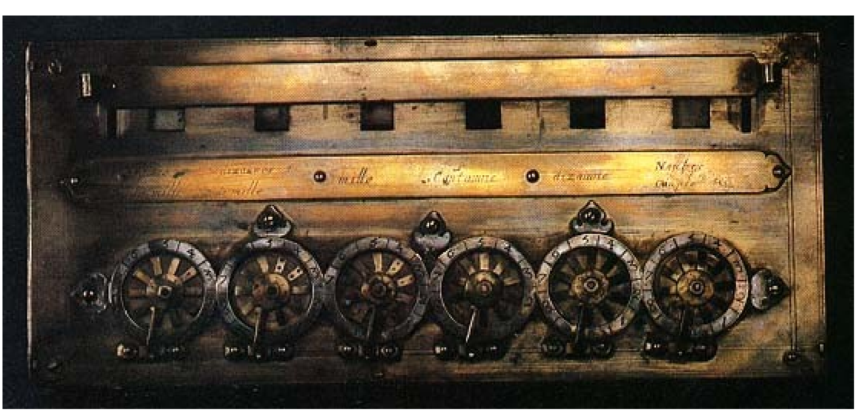
sistemas complexos

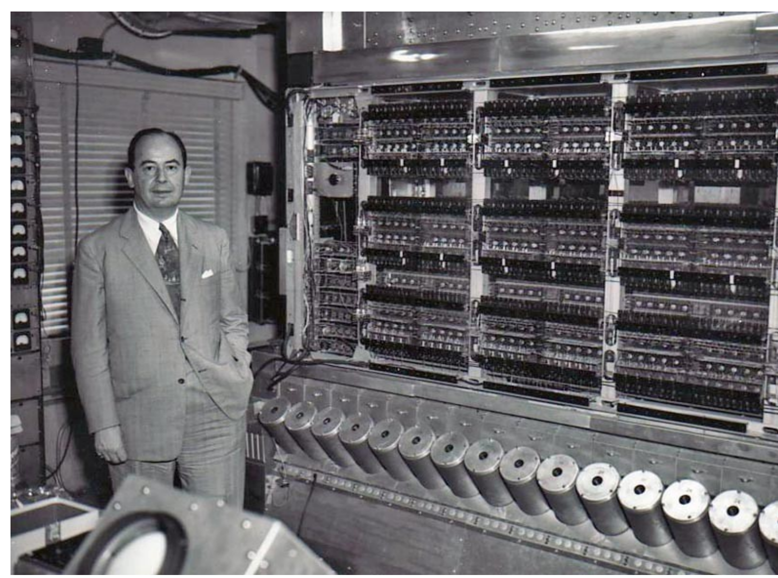
Física no computador

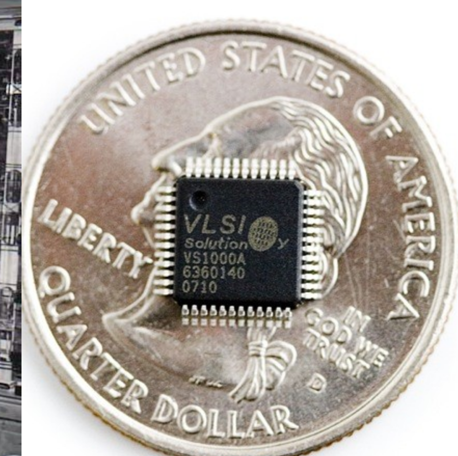


Marcio Argollo de Menezes
UFF- Niterói









Física no computador

1) Computação e computadores: Máquina de Turing, Gödel e automata celulares.

2) Mapas iterados: Dinâmica de populações e caos.

3) Integração numérica: o pêndulo simples

4) Modelos estocásticos e aleatoriedade: transições de fase e epidemiologia no computador

5) Movimento Browniano, difusão e o caminho do bêbado

Física no computador

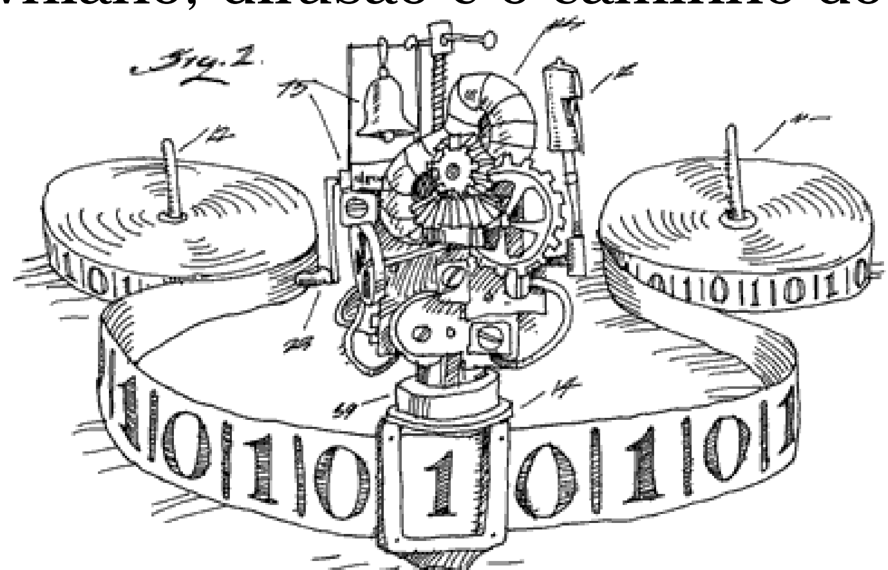
1) Computação e computadores: Máquina de Turing, Gödel e automata celulares.

2) Mapas iterados: Dinâmica de populações e caos.

3) Integração numérica: o pêndulo simples

4) Modelos estocásticos e aleatoriedade: transições de fase e epidemiologia no computador

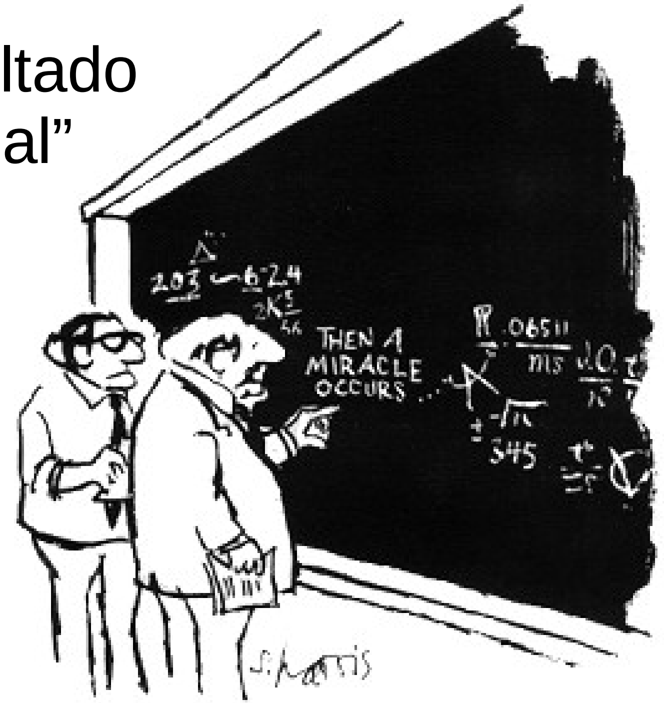
5) Movimento Browniano, difusão e o caminho do bêbado



Computação e computadores:
Máquina de Turing, Gödel e automata celulares

Computação:

“processo/algoritmo de obtenção de um resultado a partir de uma proposição/configuração inicial”



"I think you should be more explicit here in step two."

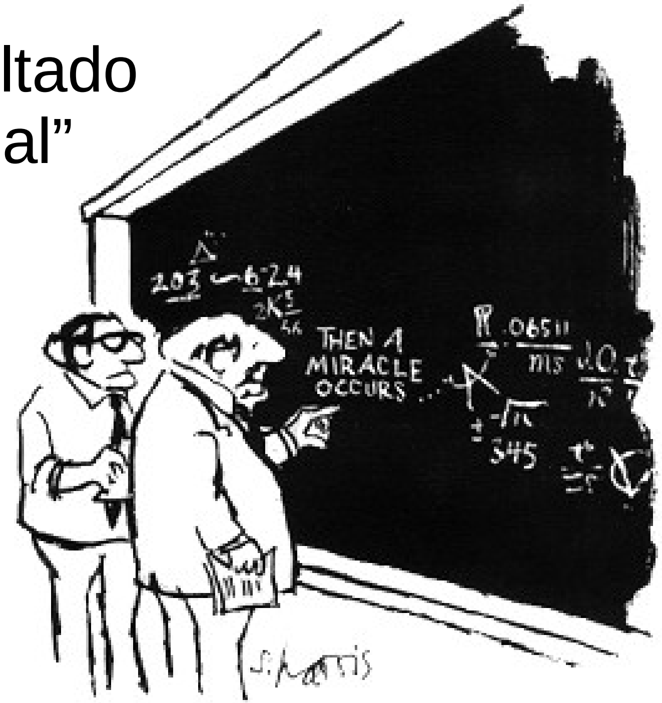
Computação e computadores:
Máquina de Turing, Gödel e automata celulares

Computação:

“processo/algoritmo de obtenção de um resultado a partir de uma proposição/configuração inicial”

Algoritmo (*Al-Khwarizmi,* 825DC)**:**

“conjunto específico finito de instruções para execução de procedimento específico ou solução de problema”



"I think you should be more explicit here in step two."

Computação e computadores:
Máquina de Turing, Gödel e automata celulares

Computação:

“processo/algoritmo de obtenção de um resultado a partir de uma proposição/configuração inicial”

Algoritmo (*Al-Khwarizmi*, 825DC)**:**

“conjunto específico finito de instruções para execução de procedimento específico ou solução de problema”

Ex: Dados 2 números inteiros (a,b), qual o maior número c que divide ambos a e b?

```
MDC(a, b)
    se b = 0
       imprime a
    senão
       calcula MDC(b, resto(a/b))
```

Computação e computadores:
Máquina de Turing, Gödel e automata celulares

Computação:

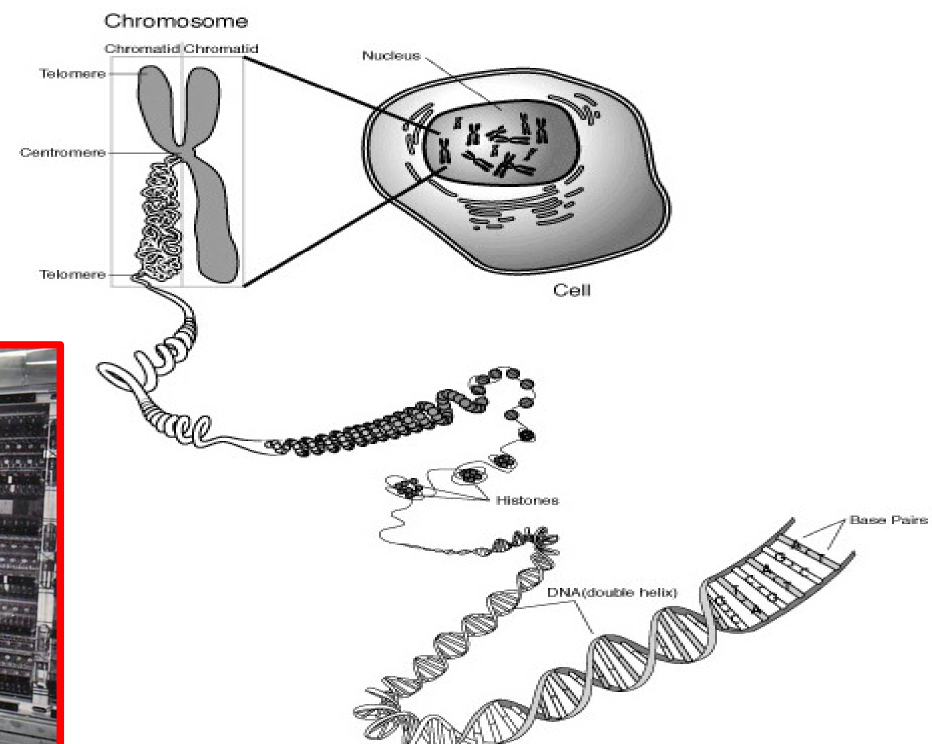
“processo/algoritmo de obtenção de um resultado a partir de uma proposição/configuração inicial”

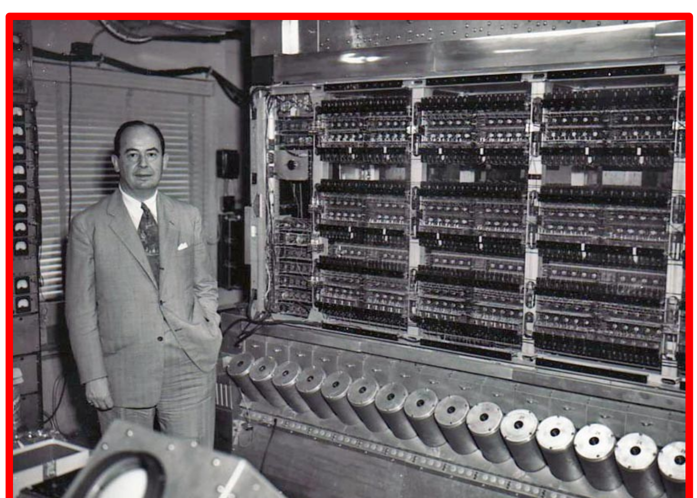
Algoritmo (*Al-Khwarizmi,* 825DC)**:**

“conjunto específico finito de instruções para execução de procedimento específico ou solução de problema”

Computador:

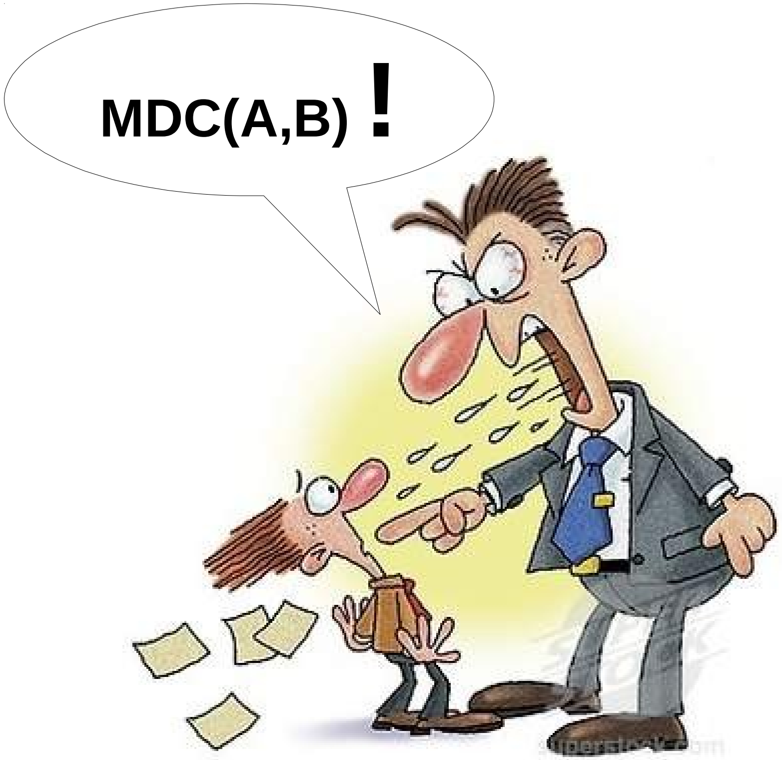
“máquina que executa operações específicas ou gerais”





Como codificar algoritmos precisamente?

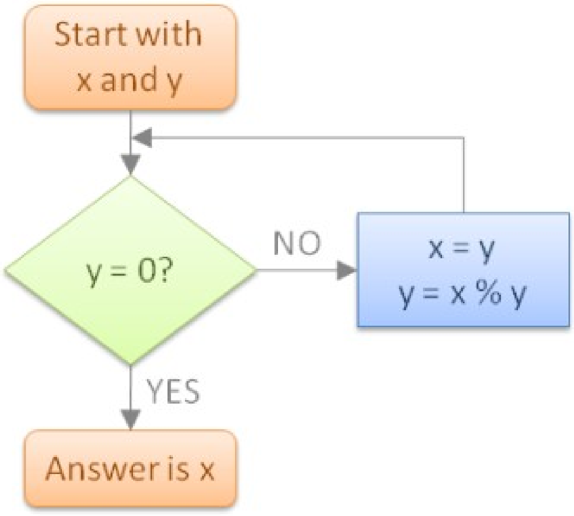
Linguagem livre de ambiguidade + tomada de decisões



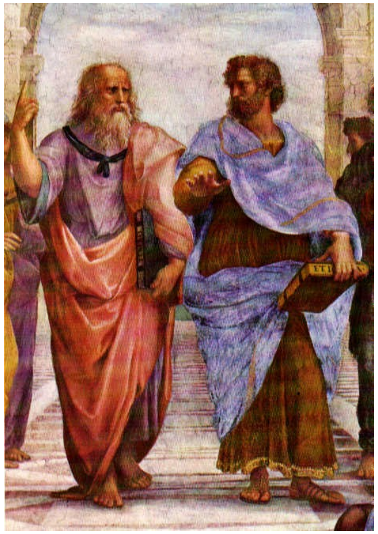
Como codificar algoritmos precisamente?

Linguagem livre de ambiguidade + tomada de decisões

```
MDC(a, b)
    se b = 0
       imprime a
    senão
       calcula MDC(b,resto(a/b))
```



Como codificar algoritmos precisamente?



Lógica e raciocínio dedutivo
Aristóteles (~300AC): *"Organon"*

Identidade: Tudo que existe é.

A=**A**

Não-contradição: Não se pode ser E não ser.

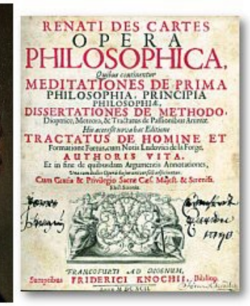
A e (não **A**) = IMPOSSÍVEL

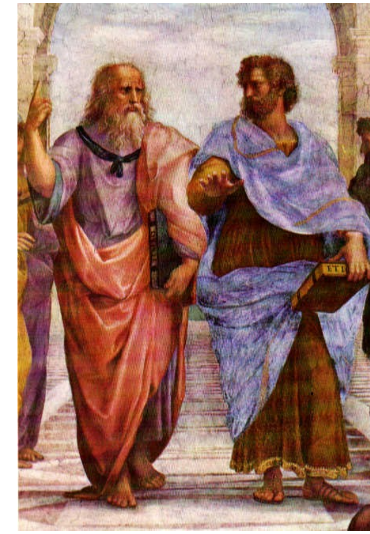
A ou (não **A**) = SEMPRE

Silogismos:

EXISTE **A** que é **B**
TODO **B** é **C**
ENTÃO, ALGUM **A** é **C**

Como codificar algoritmos precisamente?


RENATI DES CARTES
OPERA
PHILOSOPHICA,
MEDITATIONES DE PRIMA PHILOSOPHIA, PRINCIPIA PHILOSOPHIÆ,
DISSERTATIONES DE METHODO,
TRACTATUS DE HOMINE ET
AUTHORIS VITA.
FRANCOFURTI AD MOENUM,
FRIDERICI KNOCHII,



Lógica e raciocínio dedutivo

Aristóteles (~300AC): *"Organon"*

Descartes (1637DC)

penso **logo** **existo**

Identidade: Tudo que existe é.

A=A

Não-contradição: Não se pode ser E não ser.

A e (não **A**) = IMPOSSÍVEL

A ou (não **A**) = SEMPRE

Silogismos:

EXISTE **A** que é **B**

TODO **B** é **C**

ENTÃO, ALGUM **A** é **C**

Como codificar algoritmos precisamente?

Lógica e raciocínio dedutivo

Aristóteles (~300AC): *"Organon"*

Descartes (1637DC)

Identidade: Tudo que existe é.

A=**A** **A**=0 (verdadeiro),1 (falso)

Não-contradição: Não se pode ser E não ser.

A e (não **A**) = IMPOSSÍVEL **A** & (~**A**) = 0

A ou (não **A**) = SEMPRE **A** ∨ (~**A**) = 1

Silogismos:

EXISTE **A** que é **B**

TODO **B** é **C**

ENTÃO, ALGUM **A** é **C**

G. Boole (1854): *"An Investigation of the Laws of Thought"*

Como codificar algoritmos precisamente?

Lógica e raciocínio dedutivo

Aristóteles (~300AC): *"Organon"*

Descartes (1637DC)

Identidade: Tudo que existe é.

A=**A** — **A**=0 (verdadeiro),1 (falso)

Não-contradição: Não se pode ser E não ser.

A e (não **A**) = IMPOSSÍVEL — $\mathbf{A} \,\&\, (\sim\mathbf{A}) = 0$

A ou (não **A**) = SEMPRE — $\mathbf{A} \vee (\sim\mathbf{A}) = 1$

Silogismos:

EXISTE **A** que é **B** — $\exists x(\mathbf{A}x \,\&\, \mathbf{B}x)$

TODO **B** é **C** — $\forall x(\mathbf{B}x \supset \mathbf{C}x)$

ENTÃO, ALGUM **A** é **C** — $\exists x(\mathbf{A}x \,\&\, \mathbf{C}x)$

G. Boole (1854): *"An Investigation of the Laws of Thought"*

G. Frege (1879): **Lógica de predicados** → **Manipulação de símbolos**

x,y → sujeitos (variáveis)	
Predicados:	
H → é homem	B → é burro
E → erra	I → insiste
C → comete	

$$\forall x(\mathbf{H}x \supset \exists y(Ey \,\&\, Cxy))$$

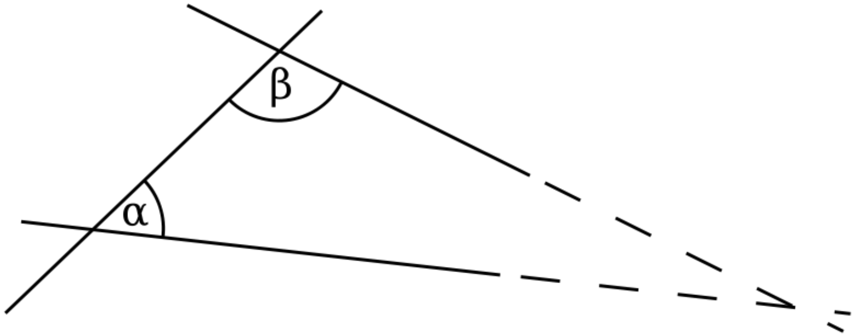
$$(\forall x\,(\mathbf{H}x)) \,\&\, (\forall y(\mathbf{E}y)) \supset (\forall y(\mathbf{I}xy \subset \mathbf{B}x))$$

Sistemas formais, gramáticas formais e linguagem

Conjunto **V** de símbolos (alfabeto)
Conjunto G de regras de manipulação de strings de símbolos (gramática/axiomas)
Conjunto de premissas (strings iniciais)

ex: Geometria Axiomática

Euclides, 300AC e Tarksi, 1926



Símbolos:
"um ponto é o que não tem parte",
"uma reta é um comprimento sem largura"
"uma superfície é o que tem apenas comprimento e largura".

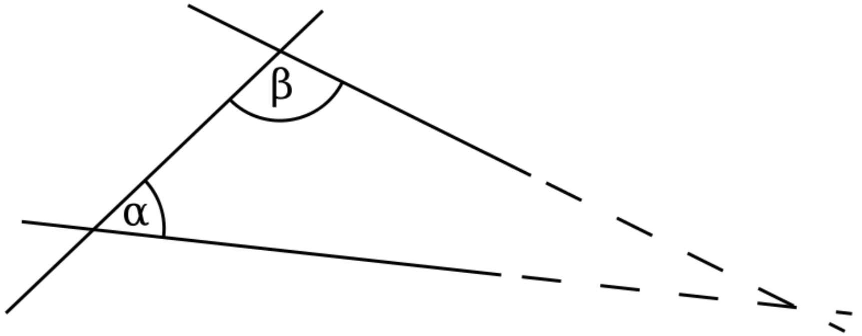
Axiomas:
1. Dados dois pontos, há um segmento de reta que os une;
2. Um segmento de reta pode ser prolongado indefinidamente para construir uma reta;
3. Dados um ponto qualquer e uma distância qualquer pode-se construir um círculo de centro naquele ponto e com raio igual à distância dada;
4. Todos os ângulos retos são iguais;
5. Se uma linha reta cortar duas outras retas de modo que a soma dos dois ângulos internos de um mesmo lado seja menor do que dois retos, então essas duas retas, quando suficientemente prolongadas, cruzam-se do mesmo lado em que estão esses dois ângulos

Sistemas formais, gramáticas formais e linguagem

Conjunto **V** de símbolos (alfabeto)
Conjunto G de regras de manipulação de strings de símbolos (gramática/axiomas)
Conjunto de premissas (strings iniciais)

ex: Geometria Axiomática

Euclides, 300AC e Tarksi, 1926



$$\forall x \forall y \forall z(\mathbf{D}xyzz \supset \mathrm{I}y)$$

$$\forall x \forall y \forall z \forall u \forall v(\mathbf{D}xuxv \;\&\; \mathbf{D}yuyv \;\&\; \mathbf{D}zuzv \;\&\; {\sim}\mathbf{I}uv) \supset (\mathbf{B}xyz \vee \mathbf{B}xzy \vee \mathbf{B}yxz)$$

D (Distância), B(Entre),P(ponto),I(Identidade)

Descrição completa e consistente

Prova todos/apenas os teoremas da geometria

Sistemas formais, gramáticas formais e linguagem

Conjunto **V** de símbolos (alfabeto)
Conjunto G de regras de manipulação de strings de símbolos (gramática/axiomas)
Conjunto de premissas (strings iniciais)

ex: Álgebra Booleana

Axiomas:

1) $a\vee(b\vee c)=(a\vee b)\vee c$ $\quad$ $a\&(b\&c)=(a\&b)\&c$
2) $(a\vee b)=(b\vee a)$ $\quad$ $(a\&b)=(b\&a)$
3) $a\vee(a\&b)=a$ $\quad$ $a\&(a\vee b)=a$
4) $a\vee(b\&c)=(a\vee b)\&(a\vee c)$ $\quad$ $a\&(b\vee c)=(a\&b)\vee(a\&c)$
5) $a\vee\neg a=1$ $\quad$ $a\&\neg a=0$

Implicação lógica: $a \rightarrow b=\neg a\vee b$

Verdades:

$1\vee 1=1$ $\quad$ $1\vee 0=0\vee 1=1$

$1\&1=1$ $\quad$ $1\&0=0\&1=0$

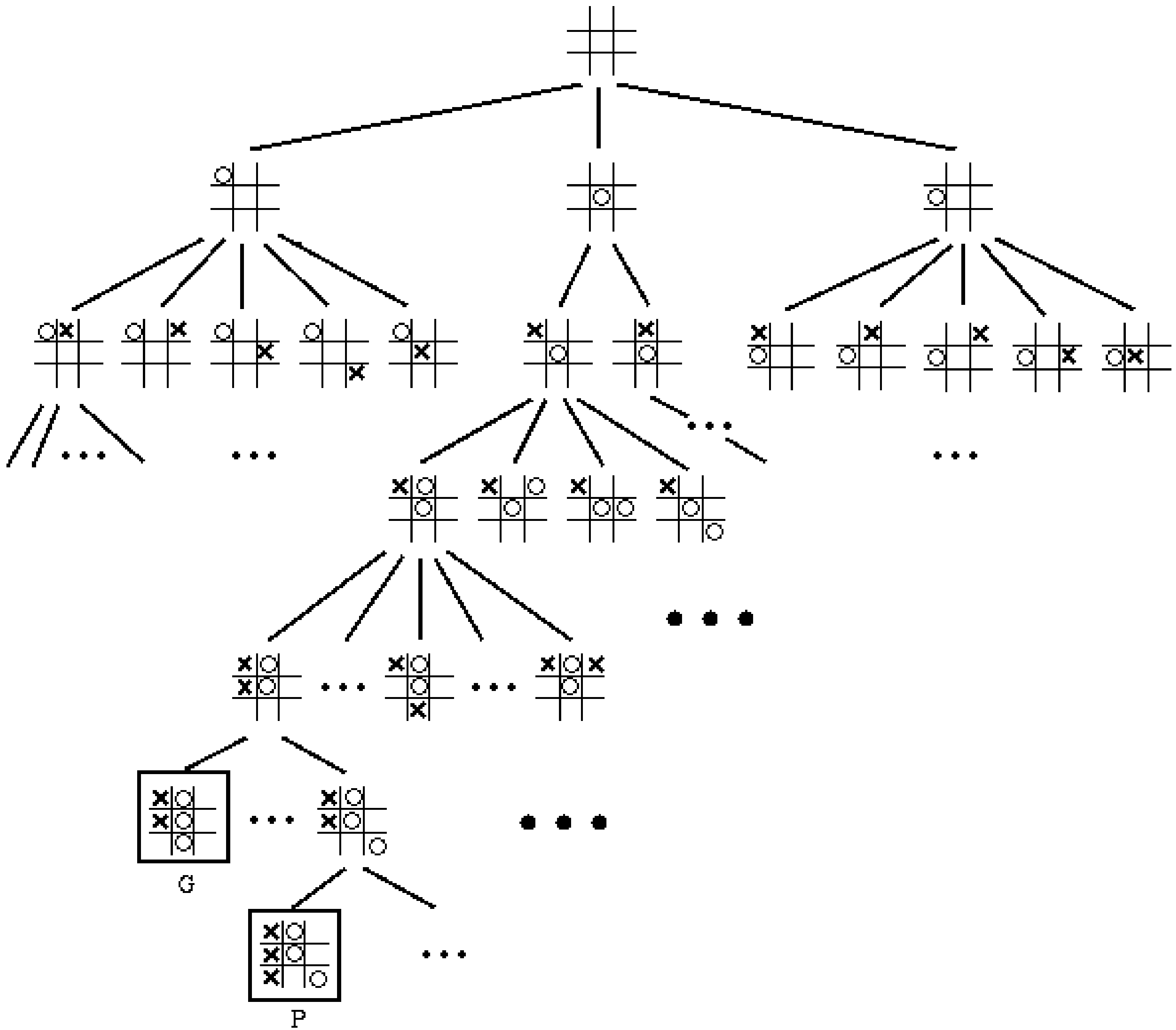
Teorema: Derivável dos axiomas

$(w\vee x)\vee(y\vee z)=(w\vee y)\vee(x\vee z)$

Prova do teorema:

$(w\vee x)\vee(y\vee z)=((w\vee x)\vee y)\vee z$ (1)
$((w\vee x)\vee y)\vee z=(w\vee(x\vee y))\vee z$ (1)
$(w\vee(x\vee y))\vee z=(w\vee(y\vee x))\vee z$ (2)
$(w\vee(y\vee x))\vee z=((w\vee y)\vee x)\vee z$ (1)
$((w\vee y)\vee x)\vee z=(w\vee y)\vee(x\vee z)$ (1)

Um sistema formal informal...



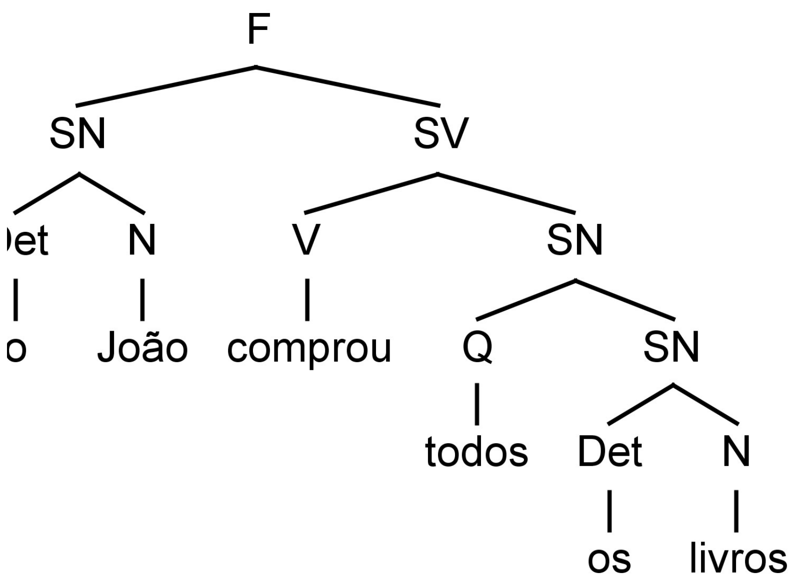
Sistemas formais, gramáticas formais e linguagem: gramática gerativa

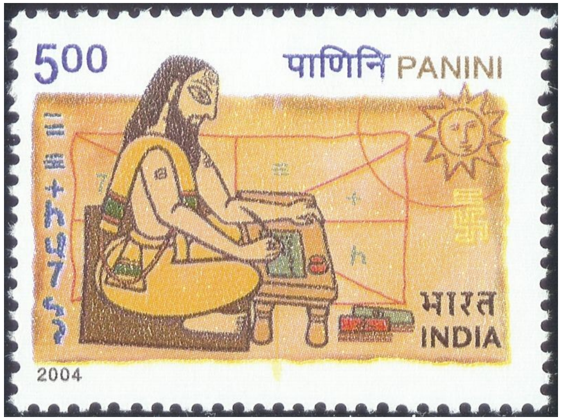
THREE MODELS FOR THE DESCRIPTION OF LANGUAGE*

Noam Chomsky
Department of Modern Languages and Research Laboratory of Electronics
Massachusetts Institute of Technology
Cambridge, Massachusetts

IRE Transactions on Information Theory, Vol. 2, No. 3, pp. 113-124 (1956DC)

- Construção gramatical como faculdade mental.
- Geração de linguagem infinita com conjunto finito de morfemas e regras gramaticais





Panini (~400AC): 3.959 regras gramaticais gerativas para o Sânscrito (Ashtadhyayi)

The Kiss Precise

*F. Soddy, Nature **137**, 1021, 1936*

For pairs of lips to kiss maybe
Involves no trigonometry.
This not so when four circles kiss
Each one the other three.
To bring this off the four must be
As three in one or one in three.
If one in three, beyond a doubt
Each gets three kisses from without.
If three in one, then is that one
Thrice kissed internally.

Four circles to the kissing come.
The smaller are the benter.
The bend is just the inverse of
The distance form the center.
Though their intrigue left Euclid dumb
There's now no need for rule of thumb.
Since zero bend's a dead straight line
And concave bends have minus sign,
The sum of the squares of all four bends
Is half the square of their sum.

To spy out spherical affairs
An oscular surveyor
Might find the task laborious,
The sphere is much the gayer,
And now besides the pair of pairs
A fifth sphere in the kissing shares.
Yet, signs and zero as before,
For each to kiss the other four
The square of the sum of all five bends
Is thrice the sum of their squares.

in Nature, June 20, 1936

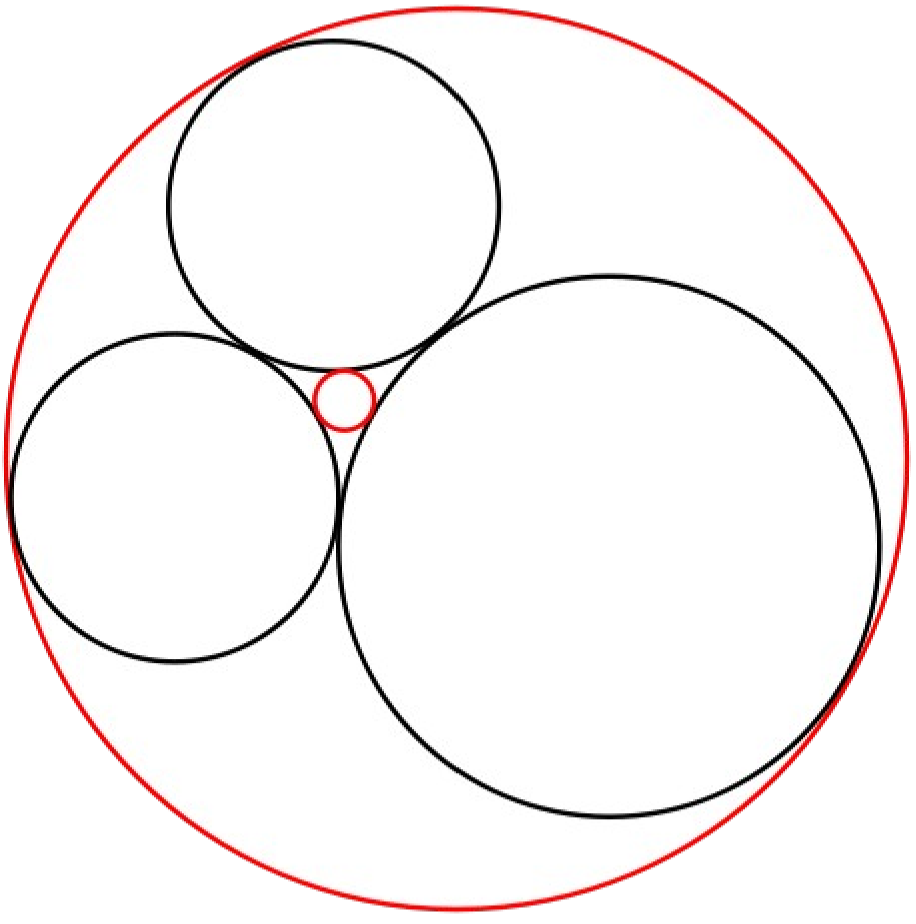
The Kiss Precise

F. Soddy, Nature ***137****, 1021, 1936*

$$\left(\frac{1}{r_1}\right)^2+\left(\frac{1}{r_2}\right)^2+\left(\frac{1}{r_3}\right)^2+\left(\frac{1}{r_4}\right)^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}+\frac{1}{r_4}\right)^2$$

The Kiss Precise

*F. Soddy, Nature **137**, 1021, 1936*



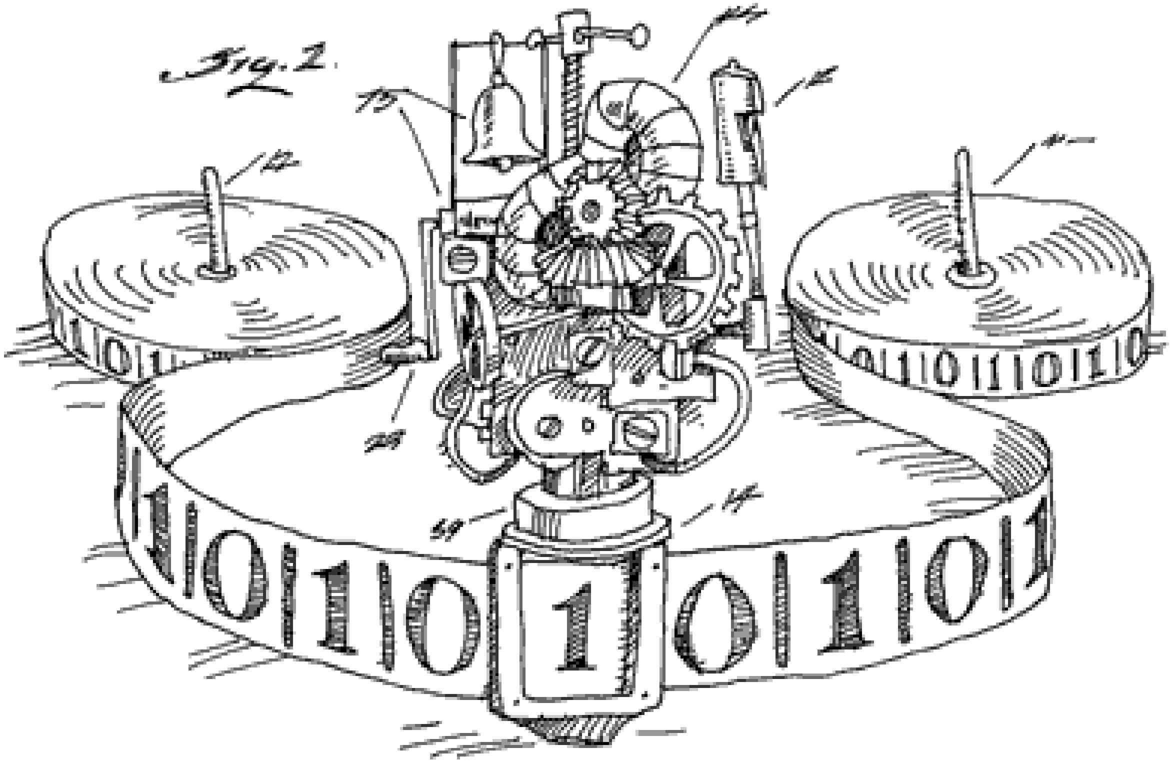
Como codificar algoritmos precisamente?

A. Turing (1936): **Manipulação de símbolos e computação universal**

Máquina com estado interno que lê,escreve e se move ao longo de uma tira infinita

"On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem",

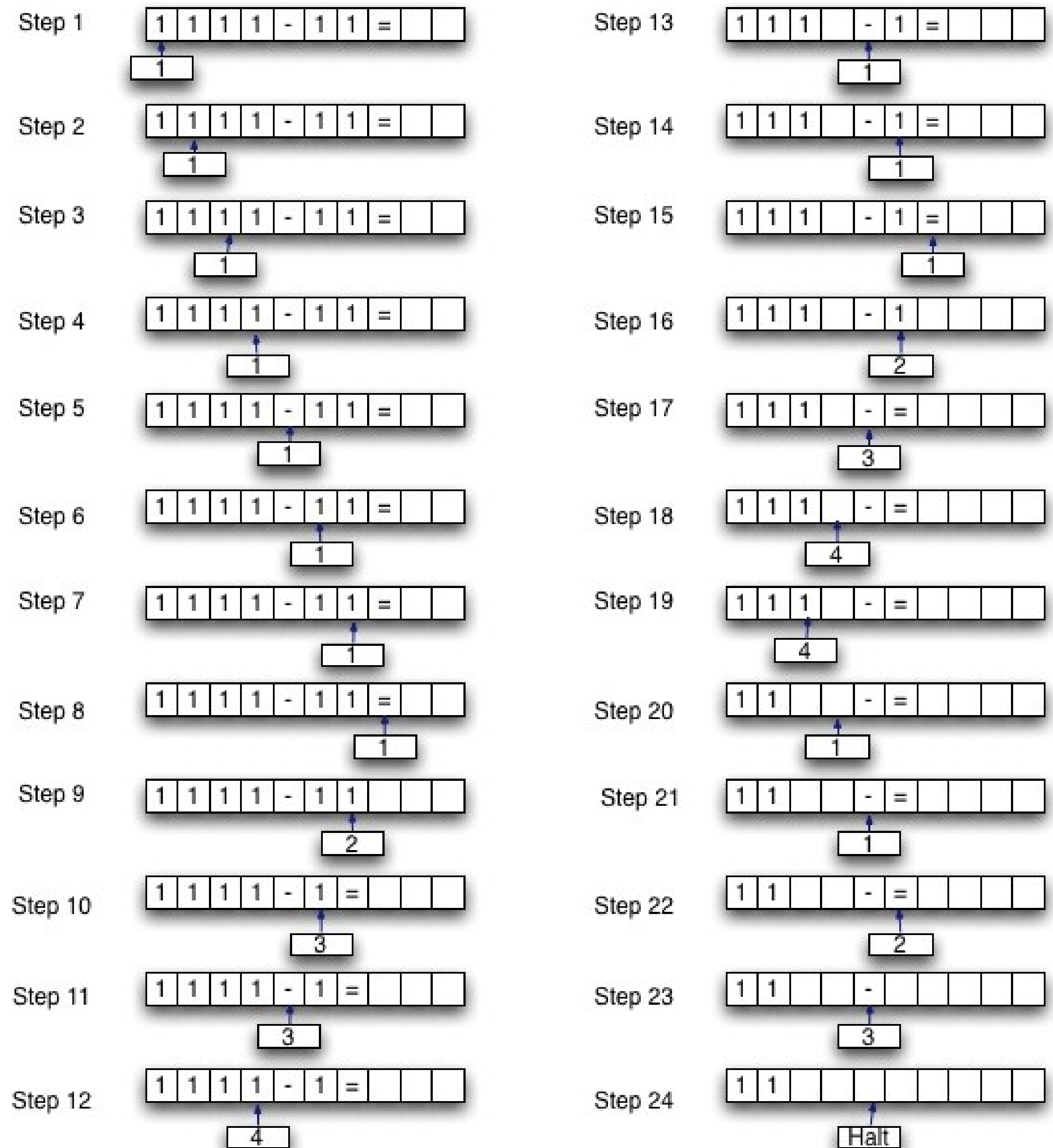
Proceedings of the London Mathematical Society 42: pp. 230–65. 1937



Como codificar algoritmos precisamente?

Não é fácil...

(estado, simb.)	(est.,simb.,move para)
(1, " ")	(1 , " ",/direita)
(1, "1")	(1 , "1",/direita)
(1, "-")	(1 , "-",/direita)
(1, "=")	(2 , " ",/esquerda)
(2, "1")	(3 , "=",/esquerda)
(2, "-")	(HALT, " ",/esquerda)
(3, "1")	(3 , "1",/esquerda)
(3, "-")	(4 , "-",/esquerda)
(4, " ")	(4 , " ",/esquerda)
(4, "1")	(1 , " ",/direita)



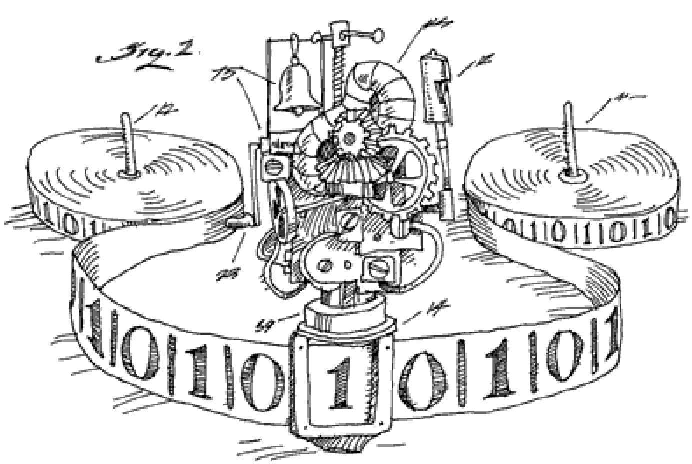
Mas é universal!

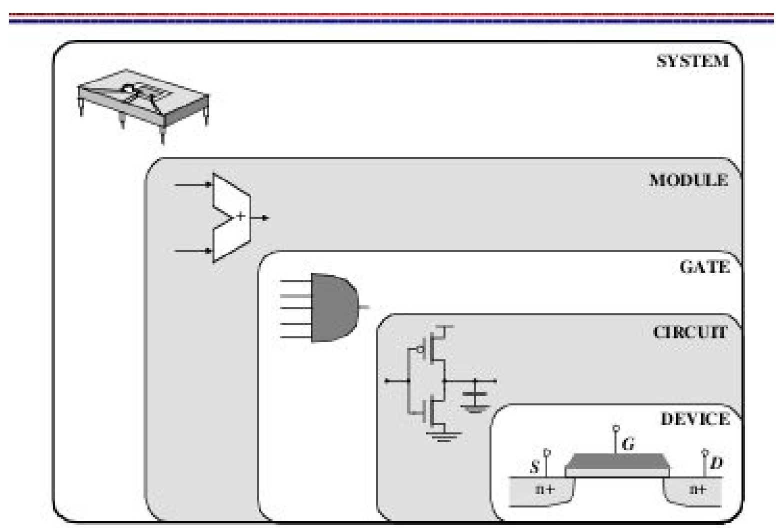
A. Turing (1936): **Manipulação de símbolos e computação universal**
Máquina com estado interno que lê,escreve e se move ao longo de uma tira infinita

"On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem”,

Proceedings of the London Mathematical Society **42**: pp. 230–65. 1937

G. Boole (1854): *“An Investigation of the Laws of Thought”*
Todas proposições de lógica de primeira ordem podem ser construídas com os operadores lógicos AND (&), OR (∨) e NOT (~)

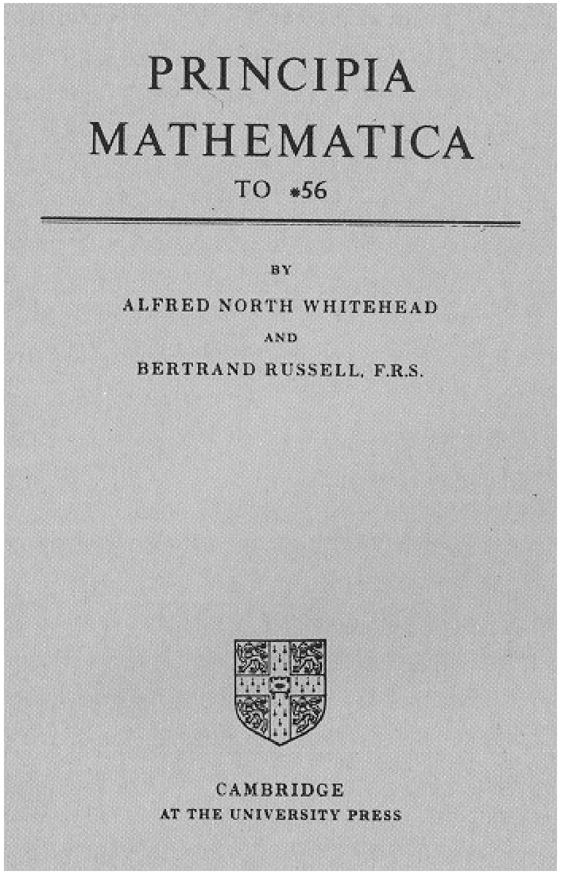




O programa de Hilbert (~1920)

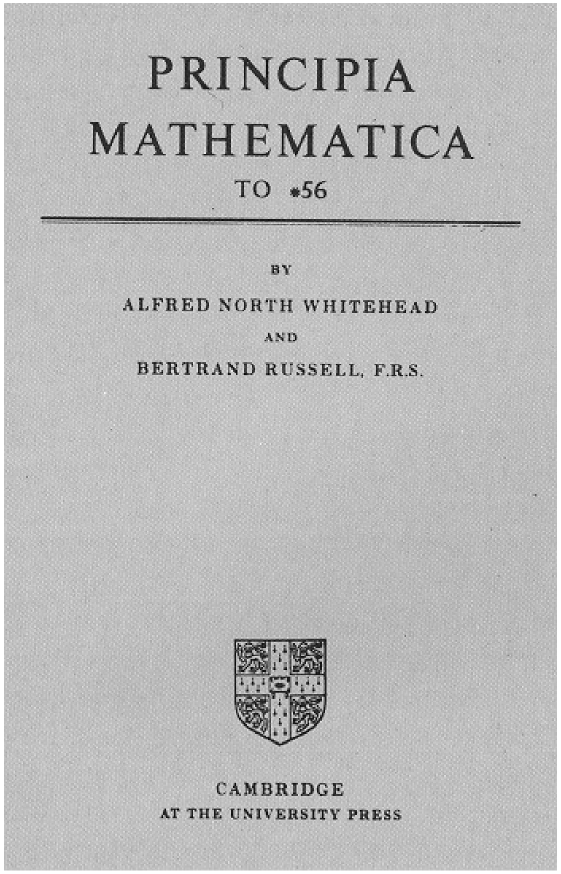
Metamatemática:

- **Formalização da matemática**
- **Resultados matemáticos descritos com linguagem formal precisa e manipulados de acordo com regras bem definidas.**



O programa de Hilbert (~1920)

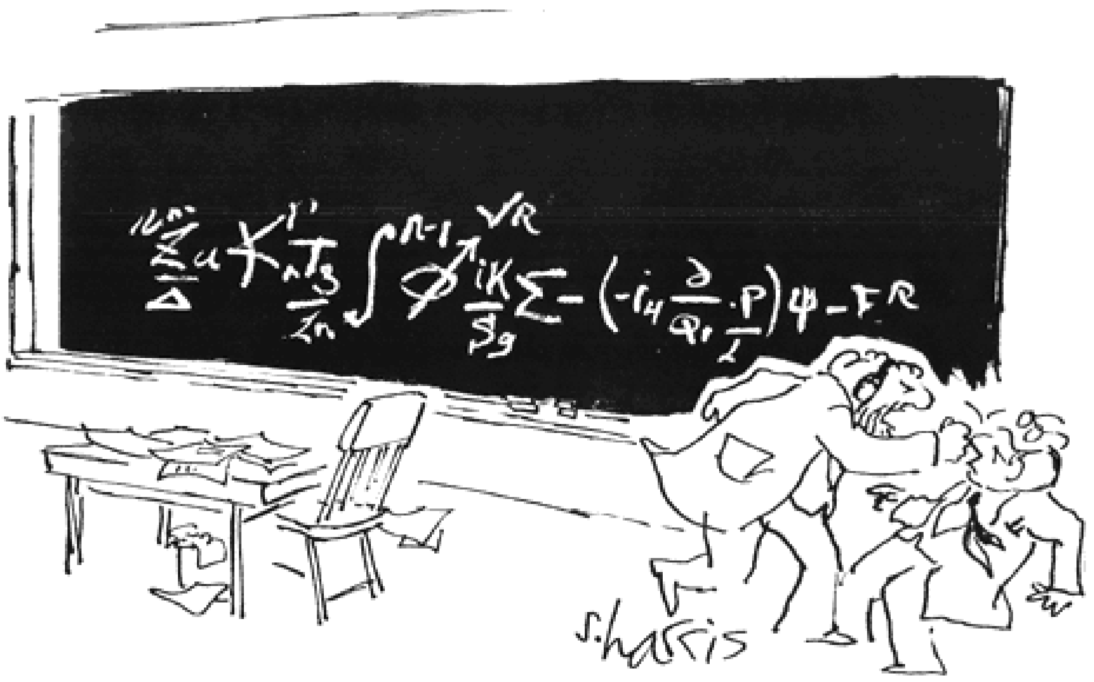
Metamatemática:
- **Formalização da matemática**
- **Resultados matemáticos descritos com linguagem formal precisa e manipulados de acordo com regras bem definidas.**



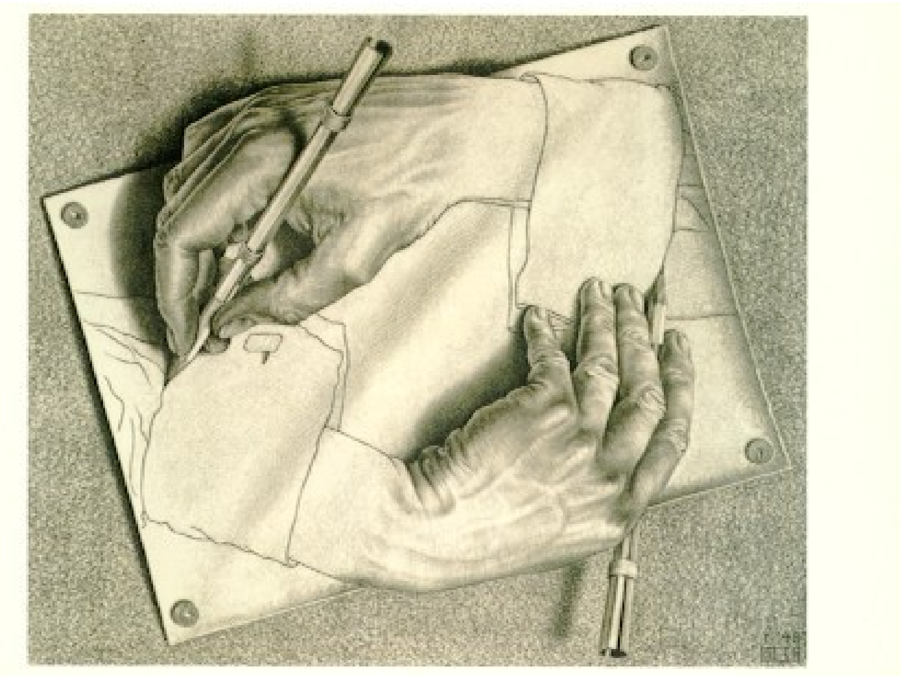
mas...

... não se pode provar tudo...

Esta frase é falsa



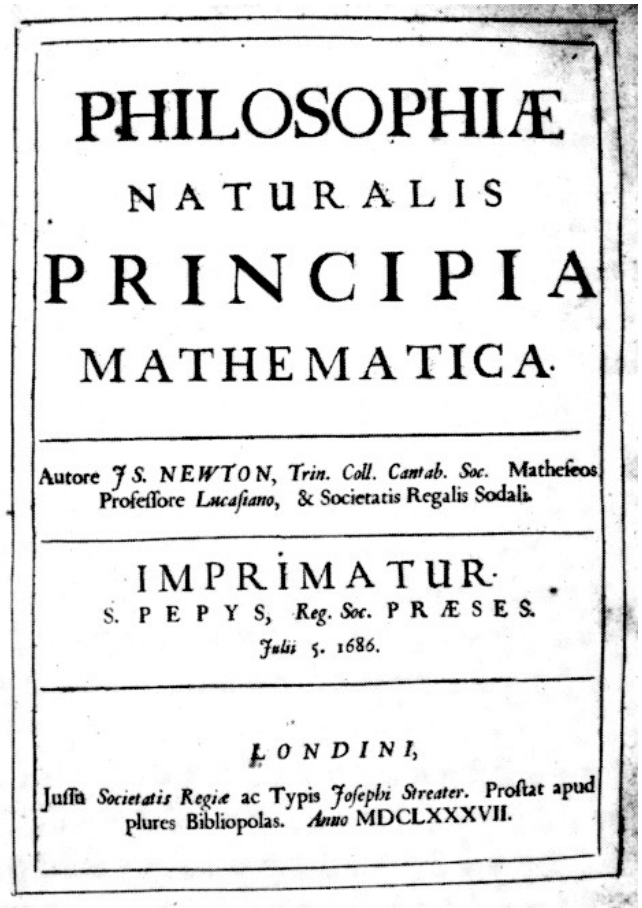
"You want proof? I'll give you proof!"



Lógica de primeira ordem para aritmética é incompleta ou inconsistente

K. Gödel, "On formally undecidable propositions of Principia Mathematica and related systems", Monatshefte für Math. u. Physik **38**, 173-198, (1931).

... não se pode provar tudo ... ... determinismo não é previsibilidade!



PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore J S. NEWTON, *Trin. Coll. Cantab. Soc.* Mathefeos Profeffore *Lucafiano*, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, *Reg. Soc.* PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Juffu *Societatis Regiæ* ac Typis *Jofephi Streater*. Proftat apud plures Bibliopolas. *Anno* MDCLXXXVII.